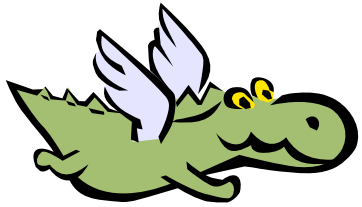
Plan

- Les Systèmes de Numération
- Fonctions et Circuits Logiques



- Simplification des Fonctions Logiques
- Les Différents Codes

Mickael RENAULT

Copyright © F. Muller 2002

Ecole polytechnique de l'université de Nice-Sophia Antipolis

Département Electronique

Simplification des Fonctions Logiques

- Écriture particulière des fonctions logiques
- Diagrammes de Karnaugh

Copyright © F. Muller
2002

Utilisation de la forme NON ET (NAND)

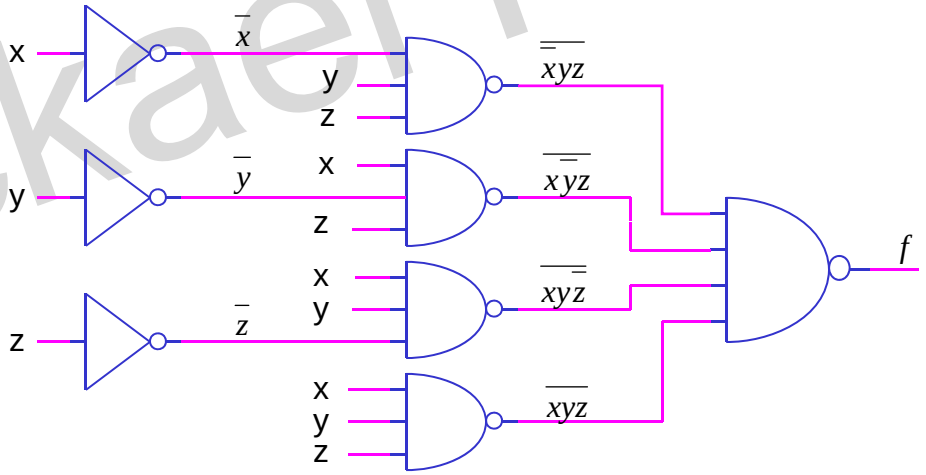
- Réduire la fonction logique à la 1ère forme canonique ou somme canonique à l'aide des théorèmes de Morgan.

$$f = \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$$

Complémentée 2 fois

$$f = \overline{\bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz}$$

$$f = \overline{\bar{x}yz} \,.\, \overline{x\bar{y}z} \,.\, \overline{xy\bar{z}} \,.\, \overline{xyz}$$



Mickaël RENAULT

Utilisation de la forme NON OU (NOR)

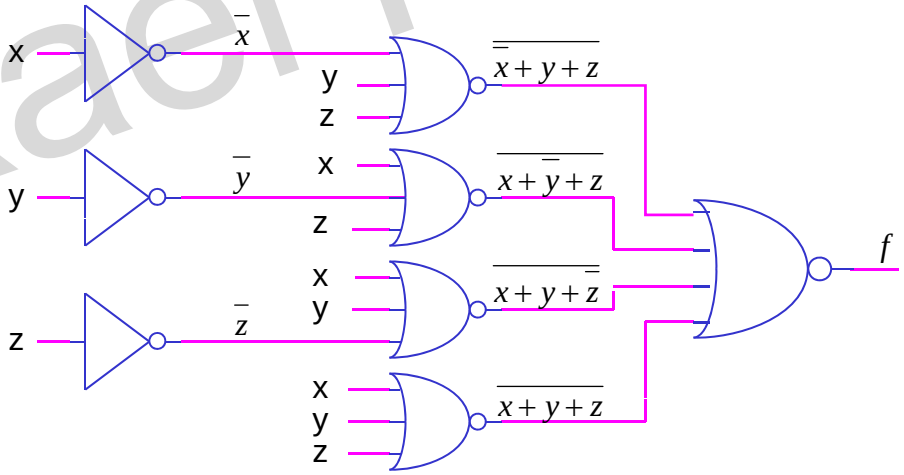
- Réduire la fonction logique à la 2ème forme canonique ou produit canonique à l'aide des théorèmes de Morgan.

$$f = (\bar{x}+y+z).(x+\bar{y}+z).(x+y+\bar{z}).(x+y+z)$$

Complémentée 2 fois

$$\bar{f} = \overline{(\bar{x}+y+z).(x+\bar{y}+z).(x+y+\bar{z}).(x+y+z)}$$

$$f = \overline{(\bar{x}+y+z)} + \overline{(x+\bar{y}+z)} + \overline{(x+y+\bar{z})} + \overline{(x+y+z)}$$



Mickaël RENAULT

Ecole polytechnique de l'université de Nice-Sophia Antipolis

Département Electronique

Simplification des Fonctions Logiques

- Écriture particulière des fonctions logiques
- Diagrammes de Karnaugh

Copyright © F. Muller
2002

Problématique

Exemple

$$f = \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$$

$$f = (\bar{x}yz + xyz) + (x\bar{y}z + xyz) + (xy\bar{z} + xyz)$$

$$f = \underbrace{(\bar{x} + x)}_{1}.yz + \underbrace{(\bar{y} + y)}_{1}.xz + \underbrace{(\bar{z} + z)}_{1}.xy$$

$$f = yz + xz + xy$$

- Méthode assez hasardeuse
- Simplifications pas toujours évidentes
- Au delà de 3 variables, cela devient inextricable !!!

Mickaël RENAULT

Copyright © F. Muller 2002

Constitution du tableau

Cas de 2 variables

Table des Combinaisons

	B	A	Combinaisons
0	0	0	$\overline{B}\,\overline{A}$
1	0	1	$\overline{B}\,A$
2	1	0	$B\,\overline{A}$
3	1	1	$B\,A$

Mickaël RENAULT

1

2

B \ A	$\overline{A}$	A
$\overline{B}$		
B		

3

B \ A	$\overline{A}$	A
$\overline{B}$	$\overline{B}\,\overline{A}$	$\overline{B}\,A$
B	$B\,\overline{A}$	$B\,A$

4

B \ A	$\overline{A}$	A
$\overline{B}$	$\overline{B}\,\overline{A}$ 0 0	$\overline{B}\,A$ 0 1
B	$B\,\overline{A}$ 1 0	$B\,A$ 1 1

5

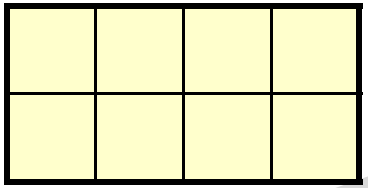
B \ A	$\overline{A}$	A
$\overline{B}$	0	1
B	2	3

Constitution du tableau
Cas de 3 variables

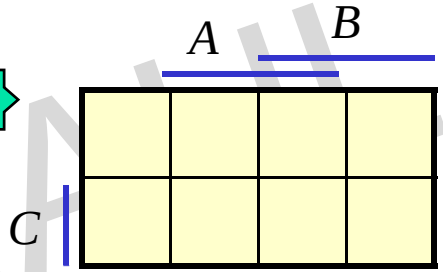
Combinaisons

	C	B	A	Combinaisons
0	0	0	0	$\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A}$
1	0	0	1	$\overline{C}\,\overline{B}\,A$
2	0	1	0	$\overline{C}\,B\,\overline{A}$
3	0	1	1	$\overline{C}\,B\,A$
4	1	0	0	$C\,\overline{B}\,\overline{A}$
5	1	0	1	$C\,\overline{B}\,A$
6	1	1	0	$C\,B\,\overline{A}$
7	1	1	1	$C\,B\,A$

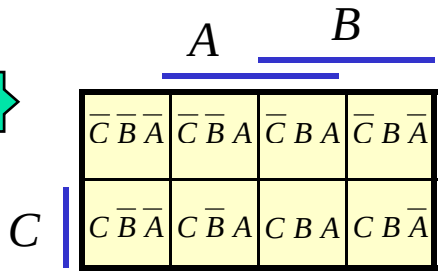
1



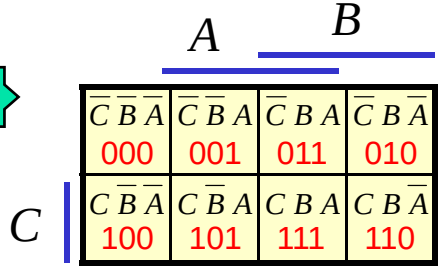
2



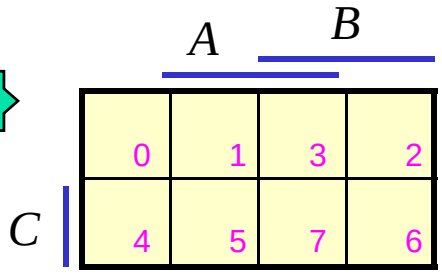
3



4

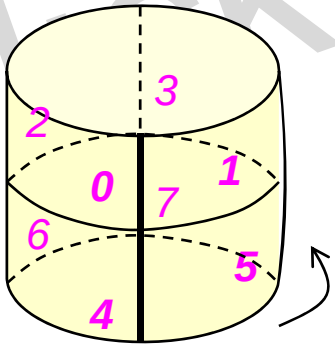


5



6

Horizontal



Mickaël LENAUT

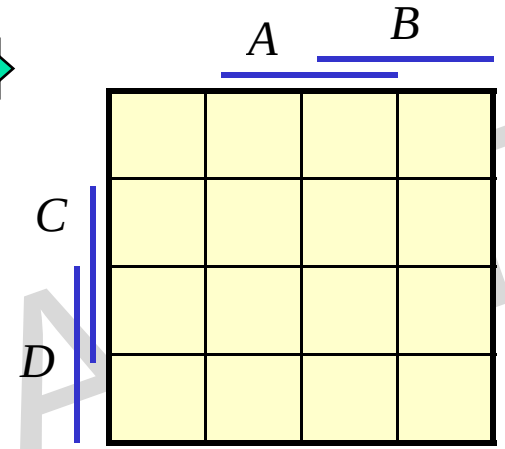
Constitution du tableau

Cas de 4 variables

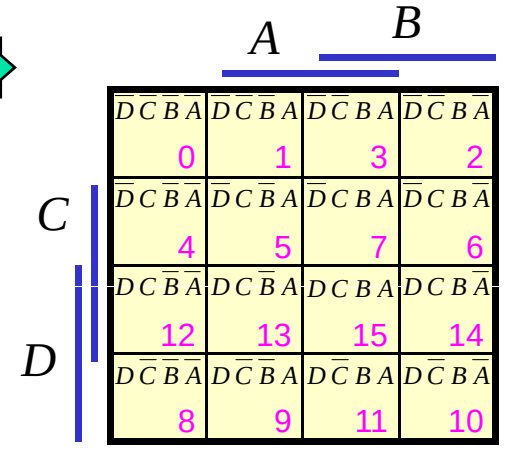
Combinaisons

	D	C	B	A	Combinaisons
0	0	0	0	0	$\overline{D}\,\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A}$
1	0	0	0	1	$\overline{D}\,\overline{C}\,\overline{B}\,A$
2	0	0	1	0	$\overline{D}\,\overline{C}\,B\,\overline{A}$
3	0	0	1	1	$\overline{D}\,\overline{C}\,B\,A$
4	0	1	0	0	$\overline{D}\,C\,\overline{B}\,\overline{A}$
5	0	1	0	1	$\overline{D}\,C\,\overline{B}\,A$
6	0	1	1	0	$\overline{D}\,C\,B\,\overline{A}$
7	0	1	1	1	$\overline{D}\,C\,B\,A$
8	1	0	0	0	$D\,\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A}$
9	1	0	0	1	$D\,\overline{C}\,\overline{B}\,A$
10	1	0	1	0	$D\,\overline{C}\,B\,\overline{A}$
11	1	0	1	1	$D\,\overline{C}\,B\,A$
12	1	1	0	0	$D\,C\,\overline{B}\,\overline{A}$
13	1	1	0	1	$D\,C\,\overline{B}\,A$
14	1	1	1	0	$D\,C\,B\,\overline{A}$
15	1	1	1	1	$D\,C\,B\,A$

1



2

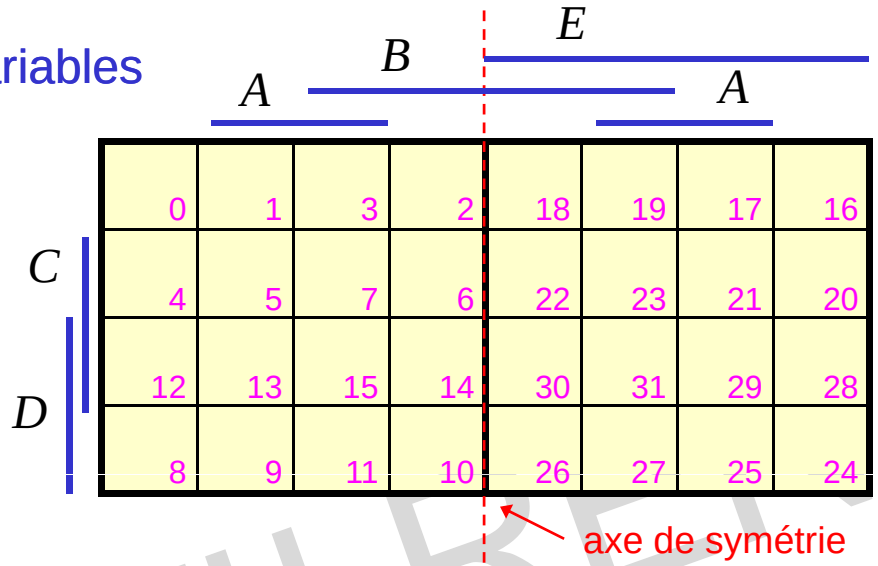


Copyright © F. Muller 2002

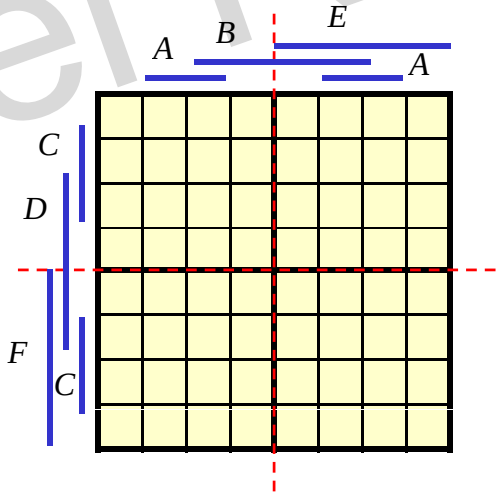
Constitution du tableau

Cas de 5 variables et 6 variables

5 variables



6 variables



Mickaël RETAULT

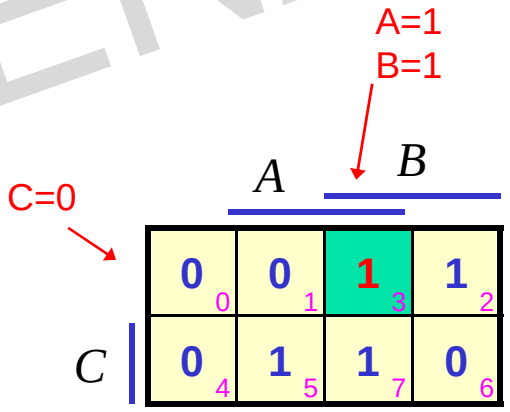
Règle d'écriture des tableaux de Karnaugh

Écriture à partir de la table de vérité

- Soit une fonction F de plusieurs variables
  - Remplir les cases correspondant aux monômes pour lesquels F=1 par un « 1 »
  - Remplir les cases correspondant aux monômes pour lesquels F=0 par un « 0 »

Exemple à 3 variables

C	B	A	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	**1**	**1**	**1**
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



Mic RENAULT

Règle d'écriture des tableaux de Karnaugh

Écriture à partir de la fonction logique

- Soit une fonction F de plusieurs variables exprimée sous la première forme canonique
  - Remplir avec des « 1 » les cases correspondant aux monômes apparaissant des F
  - Remplir avec des « 0 » les autres cases

Exemple à 3 variables

$$f = \bar{c}\bar{b}\bar{a} + c\bar{b}a + \bar{c}ba + cba$$

	$\bar{a}\bar{b}$	$\bar{a}b$	ab	$a\bar{b}$
$\bar{c}$	0 (0)	0 (1)	1 (3)	1 (2)
c	0 (4)	1 (5)	1 (7)	0 (6)

Mickaël RENAULT

Copyright © F. Muller 2002

Simplification des tableaux de Karnaugh

Principe & Remarques

- Principe
  - Rechercher les plus grands regroupements de ‘1’ possibles de 1,2,4,8 ou 16 cases adjacentes
  - Éliminer mentalement les variables qui changent d’état à l’intérieur de ces groupements et conserver celles qui restent fixes
  - Faire la somme des produits des variables résiduelles de chaque groupe (1ère forme canonique simplifiée)

- Remarques
  - Les groupements doivent recouvrir toutes les cases contenant un « 1 »
  - Il n’est pas nécessaire de réaliser tous les groupes possibles mais uniquement ceux qui permettent de recouvrir la totalité des cases à « 1 »

Mickaël RENAULT

Copyright © F. Muller 2002

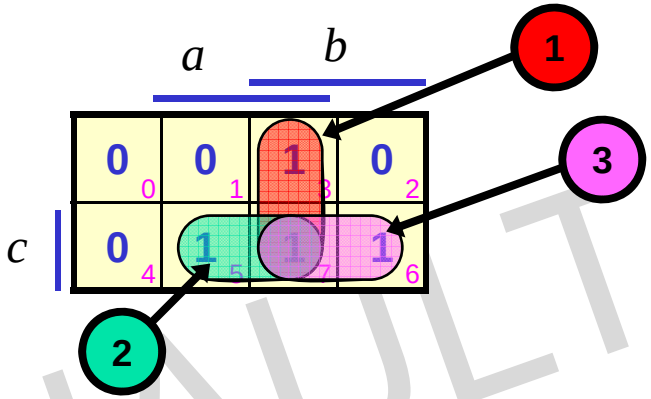
Simplification des tableaux de Karnaugh

Exemples

Exemple N°1

$$f = cb\bar{a} + c\bar{b}a + \bar{c}ba + cba$$

1. monôme $= ba$
2. monôme $= ca$
3. monôme $= bc$

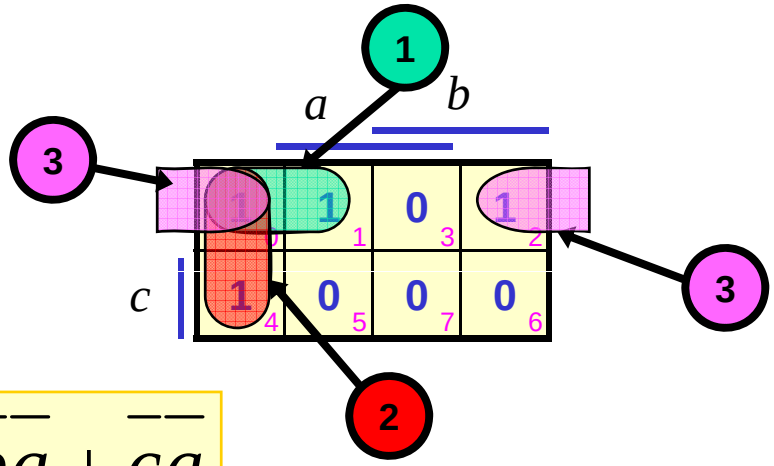


$$f = ba + ca + bc$$

Exemple N°2

$$f = \bar{c}\bar{b}a + \bar{c}b\bar{a} + c\bar{b}\bar{a} + \bar{c}\bar{b}\bar{a}$$

1. monôme $= \bar{c}\bar{b}$
2. monôme $= \bar{b}\bar{a}$
3. monôme $= \bar{c}\bar{a}$



$$f = \bar{c}\bar{b} + \bar{b}\bar{a} + \bar{c}\bar{a}$$

Mickaël RENAULT

Simplification des tableaux de Karnaugh

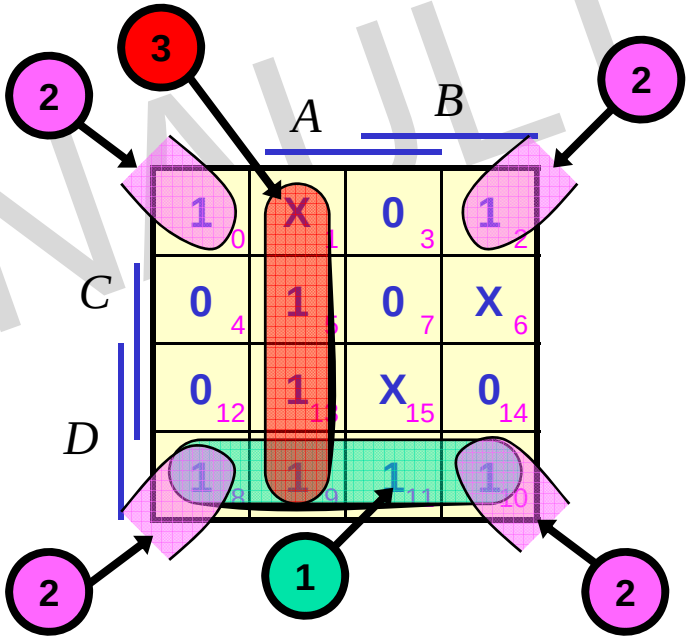
Conditions interdites ou impossibles

- Certaines fonctions logiques ne sont pas forcément définies pour toutes les combinaisons possibles des variables d'entrée.

Exemple

	D	C	B	A	F
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	X
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	X
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	X

1

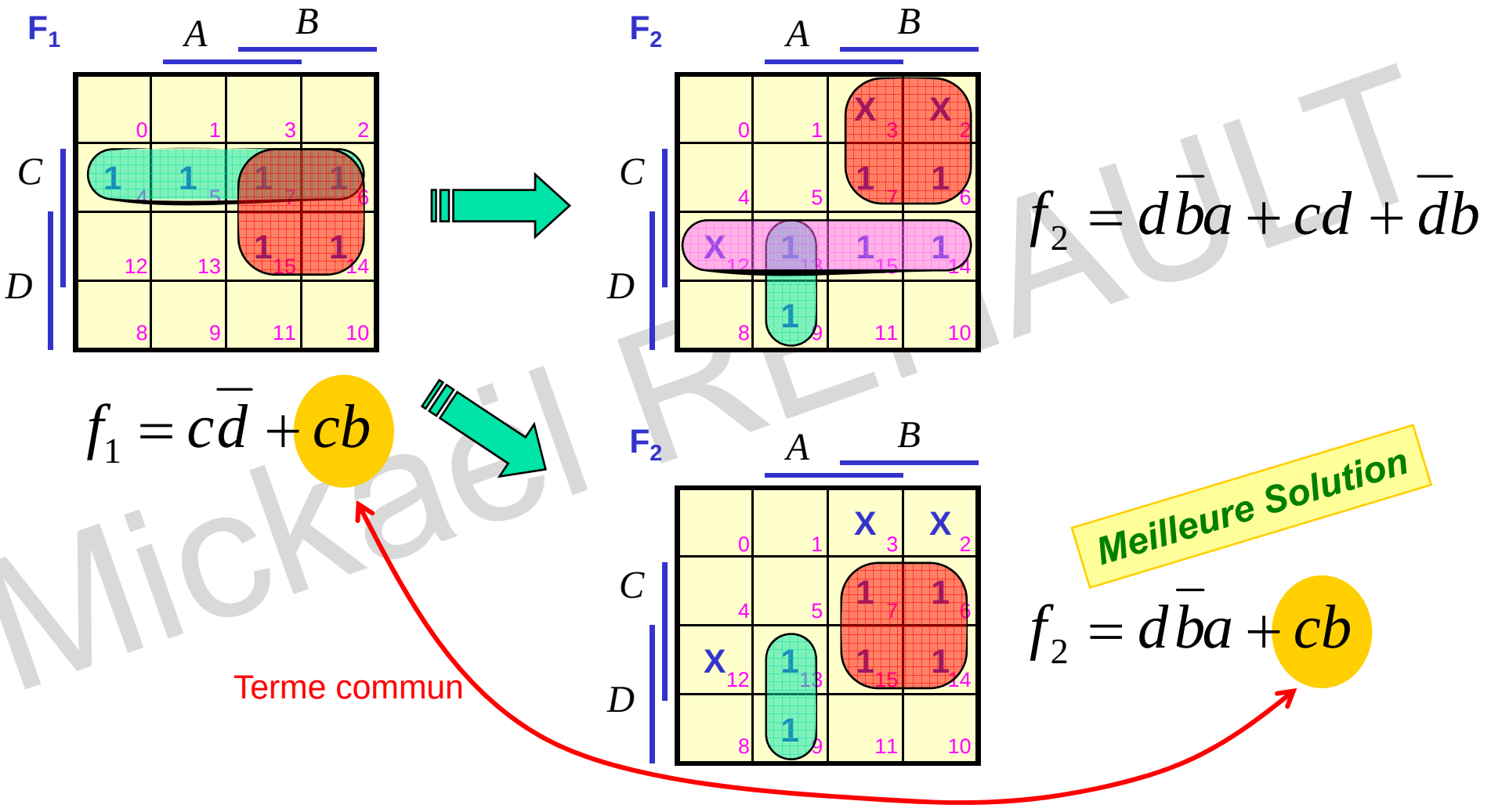


$$f = d\bar{c} + \bar{b}a + \bar{c}\bar{a}$$

RENAULT

Copyright © F. Muller 2002

Termes identiques dans les équations de deux ou plusieurs fonctions



Mickaël RENAULT