Ecole Polytechnique de l'Université de Nice – Sophia Antipolis CiP1
TD d'optique

TD 5 & 6
LENTILLES ET INSTRUMENTS

1. Association de dioptres sphériques

Un système optique biconvexe est constitué de deux dioptres sphériques dont les rayons de courbure sont égaux en valeur absolue et valent |R|. Les milieux extrêmes sont l'air et l'eau.
Le premier dioptre, de sommet S_1, sépare l'air du verre d'indice n. Le second, de sommet S_2, sépare le verre de l'eau d'indice n'.
a. Ecrire la relation de conjugaison pour l'ensemble des dioptres.
b. En déduire la relation de conjugaison d'une lentille mince biconvexe, de centre optique O, placée entre l'air et l'eau. Calculer les positions des foyers de cette lentille.
AN : R = 30 cm, n=3/2, n'=4/3
Comparer avec la même lentille mince biconvexe plongée dans un seul milieu.

2. Nature des objets

La distance focale d'une lentille mince divergente est égale à -20 cm. Déterminer la position et la nature de l'objet si l'on veut que son image soit :
a. virtuelle, droite et 5 fois plus petite que l'objet.
b. réelle, droite et 1,5 fois plus grande que l'objet.
Tracer les rayons lumineux dans chaque cas.

3. Construction d'images

On fait varier la position d'un objet, réel ou virtuel, par rapport à une lentille mince. Construire son image lorsque la lentille est convergente, puis divergente. Utiliser 3 rayons si possible. Préciser la nature de l'image dans chaque cas.

4. Images droite ou inversée ?

Une lentille mince convergente de 20 cm de distance focale donne d'un objet une image 2,5 fois plus petite.
Déterminer les positions possibles de l'objet pour que son image soit réelle. Faire les constructions géométriques. Indiquer si l'image est droite ou renversée.

5. Grandissement transversal

Un photographe désire photographier une statue de 2 m de hauteur située à 4 m. Il veut obtenir une image de 1 cm de hauteur. On assimile l'objectif de l'appareil photo à une lentille mince.
Déterminer le grandissement transversal souhaité γ, la distance lentille-image, la longueur focale et la vergence de l'objectif. Préciser la nature et le sens de l'image obtenue ?

6. Distance focale

Une lentille mince en verre d'indice n = 1,5 possède une surface convexe de rayon de courbure égal à +12 cm.
a. Quel doit être le rayon de courbure de l'autre face pour que la distance focale image soit égale à +16 cm puis -40 cm ?
b. Si la deuxième face est plane, quelle est la position du foyer image côté face convexe ? Même question pour le foyer image du côté de la face plane.

7. Aberration chromatique

Pour un certain verre, les indices de réfraction pour une radiation bleue et une rouge valent n_B =1,62 et n_R = 1,58.

a. On considère une lentille mince biconvexe dont les deux faces ont le même rayon de courbure en valeur absolue: $|R|$= 10 cm. Calculer la différence Δf des distances focales pour ces deux radiations lorsqu'elles traversent cette lentille; donner Δf en cm avec 3 décimales.

b. Un objet réel est situé à 10 cm de cette lentille. Donner la position de son image si on l'éclaire

i) avec la radiation bleue

ii) avec la radiation rouge

c. La taille des images bleue et rouge est-elle la même ? Justifier la réponse.

d. Que va-t-il se passer en lumière naturelle (blanche) ?

8. Association de lentilles

Un objet réel AB se trouve à 12 cm d'une lentille mince L_1 (f_1' = -20 cm).

a. Préciser la position et la nature de l'image A'B' ?

b. Après L_1, on place une lentille mince L_2 (f_2' = 10 cm). Dans quelle région doit se trouver L_2 pour que l'image finale A'B' puisse être recueillie sur un écran ?

9. Téléobjectif

Deux lentilles minces L_1 et L_2 séparées par une distance e constituent un téléobjectif. La lentille L_1 est convergente, sa distance focale image vaut 10 cm; L_2 est divergente et sa distance focale image vaut -4 cm. Lorsque le téléobjectif est mis au point sur un objet éloigné, son encombrement, soit la distance entre L_1 et la plaque photo, est D = 19 cm.

a. Déterminer la distance e = $\overline{O_1O_2}$ entre les centres optiques des 2 lentilles.

b. La vergence d'une association de lentilles de vergences respectives V_1 et V_2, est donnée par la formule de Gullstrand $V = V_1 + V_2 - eV_1V_2$.

Déterminer la nature de l'association. Quelle serait la distance focale d'un objectif lentille mince ayant la même vergence ? En déduire l'avantage du téléobjectif par rapport à cet objectif.

c. Déterminer les positions des foyers objet F et image F' du téléobjectif.

d. Construire à l'échelle 1 l'image d'une tour très éloignée de dimension angulaire apparente α. Comparer la position du foyer image F' avec la valeur numérique trouvée précédemment. Préciser la nature des objets et images rencontrés.

e. Pour une tour de 30 m située à 1 km, calculer α puis la taille de l'image.

10. Lunette de Galilée

Une lunette de Galilée est formée de deux lentilles minces de même axe. L'objectif L_1 (f_1' = 12,5 cm) et l'oculaire L_2 (f_2' = -5 cm) sont séparés d'une distance e = $\overline{O_1O_2}$ = 7,5 cm. L'axe de la lunette est dirigé vers le pied d'une tour de 100 m de hauteur située à 2 km de distance. Construire l'image de la tour donnée par la lunette. Sous quel angle apparent est vu la tour à l'œil nu ? Calculer le grossissement de la lunette.

Correction du TD 5/6

①

ⓐ $\frac{n}{p_1'} - \frac{1}{p_1} = V_1$

$\frac{n'}{p_2'} - \frac{n}{p_2} = V_2$ avec $p_2 = p_1' - e$

ⓑ lentille mince $e \to 0$
$p_2 = p_1'$

$\frac{n'}{p_2'} - \frac{1}{p_1} = \frac{n-1}{\bar{R}_1} + \frac{n'-n}{\bar{R}_2}$ avec $\bar{R}_1 = |\bar{R}|$
et $\bar{R}_2 = -|\bar{R}|$

$\boxed{\frac{n'}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{2n-1-n'}{|\bar{R}|}}$ où on a posé $p' = p_2'$
et $p = p_1$

$f' = \frac{n'|\bar{R}|}{2n-1-n'}$ $f = -\frac{|\bar{R}|}{2n-1-n'}$

<u>A.N.</u> $f' = \frac{\frac{4}{3} \cdot 30}{3 - 1 - \frac{4}{3}} = \frac{40 \cdot 3}{2} = 60\ \text{cm}$

$f = -45\ \text{cm}$

ⓒ $n' = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{2(n-1)}{|\bar{R}|}$

---

② ⓐ $p' < 0$; $\gamma = \frac{p'}{p} = \frac{1}{5} \Rightarrow p < 0$ objet réel

$\frac{1}{\gamma p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Rightarrow p = f'\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right) = -80\ \text{cm}$

ⓑ $p' > 0$ $\gamma = \frac{3}{2} \Rightarrow p > 0$ objet virtuel

$p = f'\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right) = 6{,}\bar{6}\ \text{cm}$

---

④ Images droite ou inversé ?

$|\gamma| = \frac{1}{2,5} = \frac{2}{5}$

$p = f'\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)$ Donc si $\gamma = \frac{2}{5}$ $p = -12$ cm objet réel et image virtuelle droite

si $\gamma = -2,5$ $p = -28$ cm objet réel image réelle ~~dr~~ inversé

---

⑤ objet réel (la statue) et image réelle (elle doit se former après la lentille)

Donc $\gamma < 0$ et plus précisement $\gamma = -\frac{10^{-2}}{2} = -0,5 \cdot 10^{-2}$

$p' = \gamma p = 2$ cm

$f' = p\frac{\gamma}{1-\gamma} = 1,99$ cm $\simeq 2$ cm

$V = \frac{1}{f'} = 50$ dioptries

Image réelle inversée

---

⑥ $\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{\bar{R}_1} - \frac{1}{\bar{R}_2}\right) \Rightarrow \bar{R}_2 = \frac{\bar{R}_1 f'(n-1)}{f'(n-1) - \bar{R}_1}$

si $f' = 16$ cm $\Rightarrow \bar{R}_2 = -24$ cm

si $f' = -40$ cm $\Rightarrow \bar{R}_2 = 7,5$ cm

ⓑ $\frac{1}{f'} = 0,5\frac{1}{12} \Rightarrow f' = 24$ cm même reponse si la face plane est la première (et si $\bar{R}_2 = -12$)

---

⑦ $\frac{1}{f'} = \frac{2(n-1)}{|\bar{R}|}$ (car $\bar{R}_1 = |\bar{R}|$ et $\bar{R}_2 = -|\bar{R}|$)

$\Delta f' = f'_R - f'_B = \frac{|\bar{R}|}{2}\left(\frac{1}{n_R-1} - \frac{1}{n_B-1}\right) = 0,556$ cm

$f'_R = 8,620$ cm

$f'_B = 8,064$ cm

ⓑ $p'_R = \frac{p f'_R}{p + f'_R} = 62,46$ cm et $p'_B = \frac{p f'_B}{p + f'_B} =$ ~~58,43 cm~~ 41,65 cm

(c) $\gamma_R > \gamma_B$ la taille en rouge > taille en bleu

(d) On va avoir une image pour chaque longueur d'onde (il y a des sistèmes pour soigner les aberrations chromatiques)

---

8 (a) $p' = \frac{p f'}{p + f'} = -7{,}5$ cm image virtuelle

(b) Pour la deuxième lentille

$$\frac{1}{p_2'} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_2'} \quad \text{avec } p_2 = -7{,}5 - x,$$

où x est la distance L_1L_2

$$p_2' = \frac{(-7{,}5 - x)\cdot(+10)}{10 - 7{,}5 - x}$$

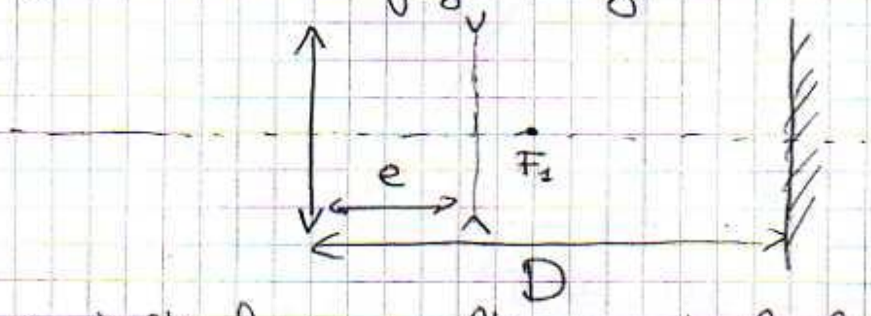
avec la condition $p_2' > 0$ (on veut que l'image puisse être recueille sur un écran)

le numérateur est < 0

et donc il faut $10 - 7{,}5 - x < 0 \Rightarrow x > 2{,}5$ cm

---

9. Objet eloigné $(-\infty)$, l'image se forme à une distance D de la première lentille (c'est donc le foyer image du doublet).



objet à l'infinie $\rightarrow$ l'image de la lentille L_1 se forme en F_1. Cette image est un objet pour la lentille L_2

Par rapport L_2 : $p_2 = -e + 10$ et $p_2' = 19 - e$

$\Rightarrow \dfrac{1}{19-e} - \dfrac{1}{10-e} = \dfrac{1}{-4}$

$\Rightarrow e^2 - 29e + 154 = 0 \Rightarrow e = \dfrac{29 \pm 15}{2} = \begin{cases} \boxed{7\ cm} \\ 22\ cm \end{cases}$ (non car > 19)

(b) $V = 2,5$ dioptries > 0

$\Rightarrow$ l'association est convergente

avec une seule lentille, l'encombrement de l'appareil serait de 40 cm

(c) - F' est sur la plaque photo

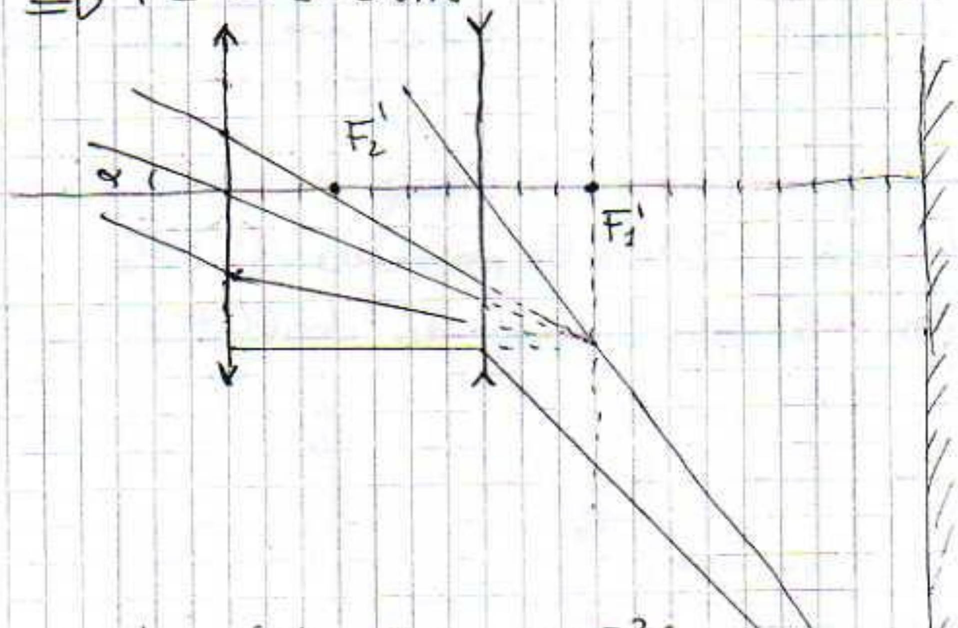
- objet en F $\rightarrow$ l'image est ∞

$\Rightarrow$ on cherche p par rapport L_1 t.q. p' coïncide avec le foyer objet de la deuxième lentille

$p' = 7 + 4 = 11$ cm

$\Rightarrow F = -110$ cm

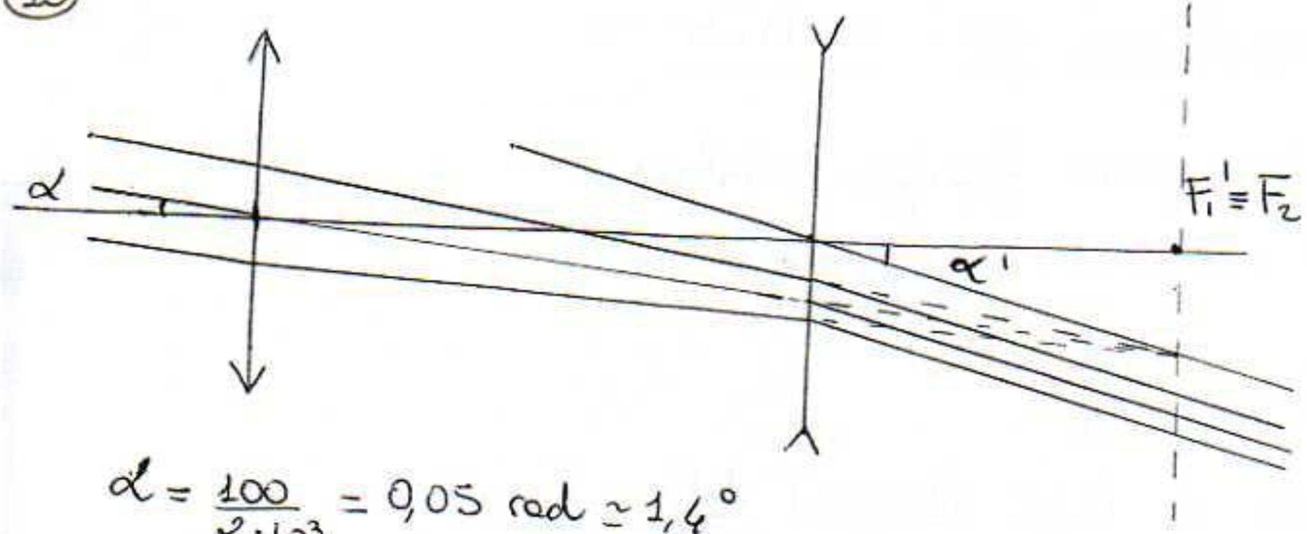
(d)



(e) $\alpha \simeq \tan(\alpha) = \dfrac{30}{10^3} = 3 \cdot 10^{-2}$

$y' = \alpha f' = \dfrac{\alpha}{V} = 1,2$ cm

(10)



$$\alpha = \frac{100}{2\cdot 10^3} = 0{,}05 \text{ rad} \simeq 1{,}4°$$

$$G_i = \frac{f_1}{f_2'} = 2{,}5 = \frac{\alpha'}{\alpha} \Rightarrow \alpha' = 2{,}5 \cdot 0{,}05 \simeq 0{,}125 \text{ rad} \simeq 3{,}6°$$